

自律分散システムの適応理論[†]

伊藤 聡*・湯浅 秀男**・伊藤 正美*

An Adaption Theory in Autonomous Decentralized Systems

Satoshi ITO*, Hideo YUASA** and Masami ITO*

Patterns in the nature often emerge on assembly of many homogeneous subsystems, and are characterized as stationary relationship among subsystem's states. In many cases, subsystem interactions are local, while patterns are defined throughout the system as a global order. From the engineering point of view, how to achieve a desired global relation with local interactions is a problem to solve for system decentralization. Under this background, Yuasa and Ito (1989) proposed a pattern formation theory in autonomous decentralized system based on the gradient dynamics. In this paper, we extend their method to treat adaptability that autonomous decentralized system is expected to possess. Our concept on adaptation is to decrease subsystem interaction by changing interaction method, which is also based on the gradient dynamics.

Key Words: autonomous decentralized system, adaptation, smaller local interaction, global pattern formation, gradient system

1. はじめに

流体系の媒質, 化学反応系の化学物質, 神経系における細胞の活動にみられるパターン^{1)~3)}は, 均質な部分系が局所的に結合した系において形成される. 部分系は局所的な相互作用しか行わない. したがって, 各部分系が利用できる情報は, 系の全情報に比べれば極わずかなものである. 部分系はこのわずかな情報をもとに自律的な振る舞いをする. それにもかかわらず, 形成されるパターンは系全体にわたって秩序だったものとなる.

局所的な相互作用に基づく大域的なパターン形成の原理は工学的な立場からみても興味深い. 従来, 工学では系全体を管理する手法としては一極集中的なアプローチがとられてきた. そこでは系の全情報は一カ所に集められ, それを基にした処理が一括して行われる. このアプローチは小規模な系に対しては, 系の全情報を把握できる点で有利である. けれども, その利点は, 系の規模が大きくなると達成が困難になる. 大規模な系では情報が多すぎて観測・伝送が不可能となったり, たとえ可能であったとしてもコストや時間を要

し, 処理は不効率で遅れを伴ってしまう. このような問題を解決するため, 系をいくつかの部分系に分割し並列的な処理を行う手法が, 自律分散系⁴⁾・創発システム⁵⁾・複雑系⁶⁾などという言葉のもとに研究されている. このとき分割した部分系が他の全てと直接的な情報交換を行っていない, 一極集中的な手法を用いる時に生じた問題はなにも解決されない. それは各部分系が全情報を用いて処理することに他ならないからである. 重要なことは, 部分系が局所的な情報のみを用いた処理を行い, それでいて系全体では目標とした処理が達成されていることである.

本稿では, パターンを「部分系のもつ状態間の関係」と考える. そしてパターン形成を, 「指定された部分系間の関係を局所的な相互作用のみで達成させる問題」として捉える. パターン形成の原理は学問分野を越えて扱われてきた. I. Prigogine の散逸構造⁸⁾, H. Haken のシナジェティクス⁷⁾は, まさにパターンの形成に共通する原理や性質を扱う概念の一つである. しかし, それらは目標とするパターンがどのようなしたら形成できるかに関する方針は与えていない. それらは物理的な現象を説明することを目的とし, われわれが取り扱う各部分系の状態を制御する工学的問題とは目的が異なるからである.

部分系の状態の制御によるパターン形成は, 目標となるパターンをもって行われる点で, 物理・化学系よりは生物系におけるパターン形成に似ている. 物理や化学では, 現れるパターンは実は前もって決定されていて, 物理的または化学的相互作用がその予め決まっていたパターンを形成させるようにはたらいのた, とは一般には考えない. それに対し生物

[†] 第 11 回自律分散システム・シンポジウムで発表 (1999.1)

* 理化学研究所バイオ・ミメティックコントロール研究センター
名古屋市守山区下志段味ヶ洞

** 名古屋大学大学院工学研究科 名古屋市千種区不老町

* Bio-Mimetic Control Research Center, RIKEN, Anagahora, Simo-shidami, Moriyama, Nagoya

** Graduate School of Engineering, Nagoya University, Furocho, Chikusa-ku, Nagoya

(Received September 30, 1998)

(Revised February 1, 1999)

系のパターン形成では、形態形成における遺伝子のように、目標となるパターンが何らかの形で存在する。そこでは、目標パターンを実現させるという「制御性」が重要になる。

ところが、生物系で現れるパターンは常に同じものではない。環境に応じてそれは変化していく。そして、変化したパターンは、再び高い再現性を保持している。したがって、目標として記憶されているパターンが環境によって変化したと考えられる^(注1)。このような能力は適応とよばれ、物理・化学系にはない生物系特有の性質である。

本稿は、自律分散システムの枠組みから生物系の特徴を工学的に捉え、適応という生物の優れた機能を工学システムとして実現するための一つの理論的枠組みを提案しようとするものである。局所相互作用による自己組織的な秩序形成は自律分散システムという枠組みで多くの研究が行われてきた。その理論の一つとして、湯浅・伊藤(正)の研究がある⁹⁾。ここでは部分系間の関係を勾配系に基づいて制御することによって、安定したパターンの形成を実現している。理論展開が勾配系という閉じた枠組み内で行われているため、時間発展系の設計や安定性の保証が容易に行え、工学、特にシステム設計の立場から非常に有効である。そのような工学的有用性により、本稿では湯浅・伊藤(正)の展開した理論の枠組み内でそれを拡張し、さらに、ここでは考察されてこなかった「適応性」に関する定式化を試みる。本来、適応性は自律分散システムがもたらすと期待された有用な性質の一つであるが、それに関する理論的な研究はこれまでに十分に行われているとはいえない。ここでは、パターン形成の制御性によって実現されるべき目標パターンを、環境に合うよう柔軟に変化させうる性質という観点で、パターン形成における適応を考える。

本稿の構成を以下に示す。第2節では、勾配系に基づいたパターン形成について述べる。まず第2.1節でパターン形成に関するわれわれのスタンスについて述べる。第2.2節では、本稿の理論展開の基礎となる湯浅・伊藤(正)の研究成果についてまとめる。これに基づいて適応を議論するための理論的準備を第2.3節で行う。第3節では、自律分散系の適応を勾配系の枠組み内で考察する。第3.1節では、われわれが適応をどのように考えているかを説明し、適応とは何かを定義する。第3.2節では、適応を考える上での鍵となる部分系間の相互作用について考察する。第3.3節では、相互作用を減少させるような適応則を提案する。第4節で

(注1) 注意すべきことは、パターンの変化には、変動した環境から単に摂動をうけて変化する場合と、自ら実現しようとするパターンを能動的に修正することによって変化する場合の2通りがあることである。われわれが考えている両者の違いを「慣れる」という言葉を用いて説明しよう。環境変動に慣れていない場合、今まで形成されていたパターンが乱されているにすぎない。これは前者に対応する。一方、慣れたという場合、自らの性質を環境に合うように能動的に変化させ、新たにそれを目標パターンとして設定することと考える。これが後者である。適応的なパターンの変化とは後者を意味する。また、「慣れる」というプロセスをどう数式表現するかが本稿の主たる課題となる。

は、複数の振動子を局所的に結合した系における位相差の制御を例題としたシミュレーションを行い、まとめを最後の第5節で与える。

2. 勾配系によるパターン形成

2.1 パターン形成の工学的アプローチ

パターンの形成を考える均質部分系が結合した系では、各部分系に対し同じ次元を持った物理量が状態変数としてとれる。したがって、本稿で取り扱うパターンを以下のように定義する。

【定義】 パターンとは、均質な部分系の状態間に定常的に成立する空間的關係のことをいう^(注2)。

構成されたパターンをみると、物理系・化学系・生物系の区別なく、上の定義があてはまる。しかし、第1節で述べたように、物理・化学系と生物系のパターン形成は、目標とするパターン、いわばパターンの完成予想図を持っているか否かで、その本質が異なるように思われる。本稿では、工学的立場から、パターン形成を、各部分系の状態を望ましい関係に制御することとして考える。そして、それを定常状態で安定に成立させるため、つまり完成予想図どおりのパターンが形成されるための部分系ダイナミクス設計法や、それに課せられる条件を明らかにすることを一つの目標とする。その結果をもとに、人工のシステムに、これまでなかった生物的な柔軟性を取り込むためのメカニズムを明らかにしていくことがもう一つの目標である。

2.2 部分系間の作用に着目したパターン形成

多くの部分系からなるシステムのパターン形成には、大きく分けて3つの要因が重要である。それは、システムを構成する部分系自身の動特性、部分系間の相互作用のしかた、環境である。この3つの要因の中で部分系間の相互作用に着目したものが、湯浅・伊藤(正)の研究⁹⁾である。本稿では、その理論を拡張する形で議論を進める。したがって、まず文献⁹⁾の内容を本節でまとめておく。以下では明記しないが、本節の内容は全て湯浅・伊藤(正)の研究成果である。

一次元の状態変数をもつ部分系が局所的に結合した系を考える。部分系間の結合は、双方向の情報交換が可能で、お互いに作用を及ぼしあうことができると仮定する。このとき個々の系のダイナミクスは、

$$\dot{q}_i = f_i(q_i, q_{i_1}, \dots, q_{i_N}), \quad (1)$$

と書ける。 $q_i (i = 1, \dots, m)$ は各部分系の状態、 m は独立した部分系の個数、 $i_j (j = 1, \dots, N)$ は第 i 番目の部分系と結合し互いに干渉し合う部分系の番号、 N はその個数である。局所的な結合の場合、 $N < m$ となる。系全体の発展方程式は、系全体の状態を一つのベクトル Q にまとめて自律系として書ける。

$$\dot{Q} = F(Q). \quad (2)$$

(注2) 時間的なパターンは、「定常的」という表現により、この定義に含まれるものとする。

上式で $Q = [q_1, \dots, q_m]^T$, $F = [f_1, \dots, f_m]^T$ である。

さて、ここで状態間の関係を望ましい状態に制御するための部分系間の相互作用の設計方法について考察する。定常状態でパターンが形成される時、結合のあるすべての2つの部分系間の状態に、ある関係が成立する。議論を簡単にするため、この関係を以下のような線形関係

$$P = LQ \quad (3)$$

と仮定する。 $P = [p_1, \dots, p_n]$ は形成されるパターンのダイナミクスを表現する n 次元の秩序変数、 $L \in R^{n \times m}$ は P と Q の関係を表現する行列となる。考えるべき問題は、パターンを表す秩序変数 P を、その望ましい状態 $P_d = [p_{d1}, \dots, p_{dn}]^T$ に収束させることである。ただし、 P_d の設定には矛盾がなく $P = P_d$ が達成可能、すなわち $(I - LL^\dagger)P_d = 0$ が成り立つと仮定する。 L^\dagger は L の疑似逆行列である。

この問題を解くための一つの方針として考えるべきことは、(3) 式により (2) 式を変換して得られるダイナミクスが秩序変数 P で閉じた形となるか、つまり

$$\dot{P} = G(P) \quad (4)$$

のように自律系として記述できるかである。さらに、自律系ばかりではなく、勾配系として

$$\dot{P} = -\frac{\partial V(P)}{\partial P} \quad (5)$$

のように記述できればシステム設計の立場から有用である。湯浅・伊藤 (正) は、これに対する解答を以下のようにまとめた。

[補題 1] (3) 式により (2) 式を変換して得られるダイナミクスが自律系となるための必要十分条件は

$$L \frac{\partial F}{\partial Q} (I - L^\dagger L) = 0 \quad (6)$$

が成立することである。

[補題 2] パターンを記述する変数 P がポテンシャル $V(P)$ にしたがう勾配系であるとき、(2) 式の右辺 F は

$$F = \left(\frac{\partial V_X(X)}{\partial X} \right)^T + (I - L^\dagger L)Q' \quad (7)$$

と表せる。ここで $X = -L^T P$, $V_X(X) = V_X(-L^T P) = V(P)$, Q' は Q の張る空間の任意のベクトルである。逆に、 F が (7) 式にしたがう場合、 P のダイナミクスはポテンシャル関数 $V(P)$ にしたがう。

さらに、結合の局所性をも考慮したポテンシャル関数の構成方法として、次のような定理を示した。

《定理 1》 (2) 式の右辺 F を、行列 L の零空間成分 $(I - L^\dagger L)F = \bar{F} = [\bar{f}_1, \dots, \bar{f}_m]^T$ とそれに直交する成分 $L^\dagger L F = \tilde{F} = [\tilde{f}_1, \dots, \tilde{f}_m]^T$ に直交分解する。このとき

$$\tilde{f}_i = \tilde{f}_i(x_i) \quad (8)$$

と表記できれば、 P が自律系かつ勾配系として記述できる。 x_i は $X = -L^T P = -L^T L Q$ の i 番目の要素である。また、そのときのポテンシャル関数 $V_X(X) = V(P)$ は

$$V(X) = \sum_{i=1}^m \int \tilde{f}_i(x_i) dx_i \quad (9)$$

となる。

湯浅・伊藤 (正) はこの定理を発振器間の位相差の制御に応用し、動物の歩行や遊泳パターンの生成モデルを提案した。本稿も振動子の位相制御への応用を目的として議論を進める。

2.3 目標パターンが形成される条件

湯浅・伊藤 (正) は、秩序変数 P が勾配系として記述されるための条件を、補題 2 および定理 1 により明らかにした。それによると、各部分系のダイナミクスが

$$\dot{q}_i = \bar{f}_i + \tilde{f}_i(x_i), \quad (10)$$

という型式で記述できれば、秩序変数 P は勾配系にしたがう。ここで、 \bar{f}_i は、部分系独自のダイナミクスを規定する項、 $\tilde{f}_i(x_i)$ は他の部分系からの影響を表現する項^(注 3)である。 \tilde{f}_i に関しては、 $\bar{F} = [\bar{f}_1, \dots, \bar{f}_m]^T$ が行列 L の零空間ベクトルであるという条件が付く。(3) 式により P のダイナミクスを計算するとき \bar{F} は消去されるため、 P の挙動を決めるのは $\tilde{f}_i(x_i)$ ということになる。そこで本節では、目標となるパターン $P_d = [p_{d1}, \dots, p_{dn}]$ を実現させるために関数 $\tilde{f}_i(x_i)$ に課せられる条件について考察する。

まず、定常状態において、他の部分系から受ける影響に関して次の補題が成り立つ。

[補題 3] 定常的なパターンが形成されているとき、全ての部分系のダイナミクスは他の部分系から影響を受けない。すなわち $\tilde{F}(X) = [\tilde{f}_1(x_1), \dots, \tilde{f}_m(x_m)]^T = [0, \dots, 0]^T$ となる。逆に、ダイナミクスが他の部分系からの影響を受けなくなったとき、パターンは定常状態にある。

(証明) パターン P のダイナミクスの定常状態では、

$$\dot{P} = L\dot{Q} = L\bar{F} + L\tilde{F}(X) = 0 \quad (11)$$

が成り立つ。 \bar{F} は L の零空間成分より $L\bar{F} = 0$, つまり、定常状態では $L\tilde{F}(X) = 0$ が成り立つ。 $\tilde{F}(X)$ は L の零空間に直交する成分であるから、 L の零空間成分を含まない。したがって $\tilde{F}(X) = 0$ が成り立ち、他の部分系からの影響はないことになる。逆はパターンダイナミクスが

$$\dot{P} = L\dot{Q} = L\bar{F} + L\tilde{F}(X) = L\tilde{F}(X) \quad (12)$$

であることから明らか。 □

したがって、目標パターンが生成され $P = P_d$ となったときに $\tilde{F}(X) = 0$ が満たされるよう \tilde{f}_i を設計することを考える。はじめに X がその目標値 X_d に収束したとき、 P も P_d に収束しているかという問題を考える。

[補題 4] P の目標値 P_d が矛盾なく設定されているならば、 X が X_d に収束するとき P も P_d に収束する。

(注 3) 他の部分系の状態変数は、変数 x_i に含まれる。詳しい説明は第 3.2 節参照。

(証明) P と X の関係は $X = -L^T P$ である. 目標とする部分系間の関係 P_d がきまれば, X の目標値 X_d も $X_d = -L^T P_d$ により一意に決定する. 辺々引き算すると

$$X - X_d = -L^T (P - P_d) \quad (13)$$

が得られる. したがって左辺が 0 となったとき, $P - P_d$ も 0 となることを示せばよいが, これは P_d の設定に矛盾がないとき L^T の rank と $P - P_d$ の次元が等しくなることから明らか. \square

つぎに X の X_d への収束性に関して以下のことがいえる.

[補題 5] $X = X_d$ が定常状態となるための必要条件は,

(i) $\tilde{f}_i(x_i) = 0$ は $x_i = x_{di}$ で解を持つ.

(ii) $\left. \frac{\partial \tilde{f}_i(x)}{\partial x_i} \right|_{x_i=x_{di}} > 0$.

である. さらに

(iii) $\tilde{f}_i(x_i) \cdot (x_i - x_{di}) > 0$

が成り立てば, 定常状態の時に必ず $X = X_d$ となる.

(証明) パターン P のダイナミクスは勾配系であるため, $X = X_d$ がポテンシャル関数 (9) 式の極小点であることを示せばよい. そのための必要十分条件は, $X = X_d$ おいて $\frac{\partial V}{\partial p_i} = 0$ かつ V のヘッセ行列 H_V の固有値がすべて正となることである. まず $P = LQ$ より $\frac{\partial p_i}{\partial q_j} = (L)_{ij}$, $X = -L^T P$ より $\frac{\partial x_i}{\partial p_j} = -(L^T)_{ij} = -(L)_{ji}$ が成り立つ. $(\cdot)_{ij}$ は行列の i 行 j 列目の要素を表す. そこで (9) 式を用いて計算すると,

$$\frac{\partial V}{\partial p_k} = - \sum_{i=1}^m (L)_{ki} \tilde{f}_i(x_i). \quad (14)$$

より, $\frac{\partial V}{\partial P} = -L\tilde{F}(X)$ とかける. 条件 (i) により $x_i = x_{di}$ のとき $\tilde{f}_i(x_i) = 0$ となる. したがって, $\frac{\partial V}{\partial p_k}(X_d) = 0$ が成り立つ. また,

$$\frac{\partial V}{\partial p_k \partial p_\ell} = \sum_{i=1}^m (L)_{ki} \frac{\partial \tilde{f}_i(x_i)}{\partial x_i} (L^T)_{i\ell} \quad (15)$$

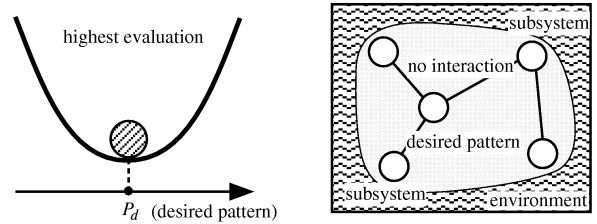
より, ヘッセ行列は $H_V = LD_f L^T$ とかける. D_f は $D_f = \text{diag}[\frac{\partial \tilde{f}_1(x_1)}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial \tilde{f}_m(x_m)}{\partial x_m}]$ で与えられる対角行列で, その対角要素は (ii) により $X = X_d$ で全て正である. したがってヘッセ行列 H_V は対称な正定行列となり, 固有値は $X = X_d$ ですべて正となる. また, (iii) が成り立つとき, 条件 (i), (ii) を満たす点は $x_i = x_{di}$ 以外に存在せず, $X = X_d$ が唯一の極小点となる. \square

(注意) 上の補題は \tilde{f}_i の決定に対する一つの方向性を与える. 最も簡単な方法は, 原点を通る単調増加関数 f_i^+ を用い, 相互作用を $\tilde{f}_i = f_i^+(x_i - x_{di})$ と与えればよい.

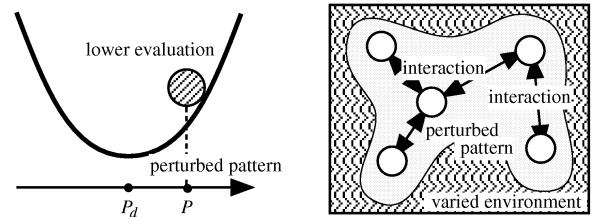
以上をまとめると次のような定理が得られる.

《定理 2》 矛盾のない部分系間の関係 P_d より計算される唯一の点 $X = X_d$ において補題 5 が満たされるように部分系の相互作用を設計すれば, 定常状態で $P = P_d$ が成り立つ.

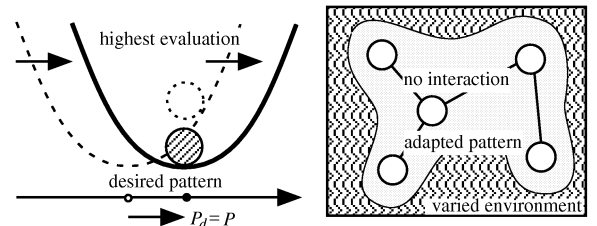
これは, 勾配系を規定するポテンシャル関数の極小点が, 秩序変数 P の張る空間内に唯一であることを保証する..



(a) Before an environment variation. The left figure denotes an evaluation of formed-pattern, while the right figure expresses the sketch of subsystem interactions between adjacent ones (which is the same in (b) and (c)). Now, we assume that the desired pattern is emerging. At that time, the evaluation of the formed-pattern is the highest, and no interactions work between adjacent subsystems.



(b) Immediate after an environment variation. Because of environment variation, the formed-pattern is not the same as the desired pattern. Therefore, the evaluation of the formed-pattern goes down. And, interactions are working all the time. The formed-pattern is maintained by the balance of the interactions.



(c) After adaptation. The desired pattern changes so that the interactions become small. Thus, when adaptation is achieved, no interaction works as before environment variation. The evaluation function also changes, and the formed-pattern again obtains the highest evaluation.

Fig. 1 Our concept on adaptation.

3. 適応によるパターンの変化

3.1 パターンの形成と適応

湯浅・伊藤 (正) の方法ではパターンのダイナミクスが勾配系で記述される. ポテンシャル関数の形を変化させればパターンの遷移や分岐現象に関する記述が可能となる. 本節では, 勾配系という枠組み内で環境の変化に対する「適応」という機能をどのように扱えばよいかについて考える. ここで環境とは, システムのダイナミクスに影響を与えるものと定義する.

適応とは, 環境の変化に対しシステムの性能や性質をそれに相応しいようにゆっくりと変化させることである. 相応しいという以上, 何らかの評価が形成されたパターンに与えられている. 本稿での工学的立場では, 目標とするパターンを

形成することが目的である。こうした制御性という観点からは、パターン形成の評価は、形成されたパターンが目標パターンに近いほど高いのが自然である。最も単純な評価としては、例えば、

$$E = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (p_i - p_{di})^2 \quad (16)$$

と定義する方法がある。2次の評価関数は、それを最適にする調節則が線形のダイナミクスとして与えられるため解析が容易になるという利点がある。以降では、パターンの評価は(16)式で与えられるものとする。

ここで重要となることは、パターン形成の「制御性」と「適応性」の両方を実現するために、制御性を達成するパターン形成のダイナミクスと、適応性を実現するためのシステム調整のダイナミクスとの間に、時間発展の速さに基づく階層性を持たせることである。適応性を達成する機構は、形成されたパターンを評価して、はじめてどのような調節を与えるかを決定できる。つまり、それは、パターン形成の制御性を達成するダイナミクスの上位に位置して、パターンの形成プロセスよりも十分にゆっくりとした調整則を与えるものでなければならない。以下で述べる適応の考え方は、この上位に位置するシステムの性能・性質の調節に関するものである。制御性に関しては、前節での考察がそれに対応している。

前節の条件下では、ポテンシャルの極小点がパターンを記述する空間内でただ一つである。したがって、環境の変化がなければ、設定した目標パターンが形成される。同時にパターンの評価も、Fig. 1(a)の左図に示すように、評価関数の極小点にとどまる。そして、補題3により、Fig. 1(a)の右図のように各部分系のダイナミクスは他の部分系の影響を受けない。

ここで環境が変化したと仮定する。このとき形成されていたパターンは、環境の変化により摂動をうける。変化した環境が定常的ならば、環境の変化はパターンからみれば持続的な摂動として捉えられる。この持続的摂動の結果、Fig. 1(b)の左図のように、形成されるパターンは目標からずれる。したがって、Fig. 1(b)の右図に示すように、部分系間に相互作用が常にはたらく状態となる。なぜならば、相互作用は目標パターンを実現するにはたらき、その作用が消滅するのは目標パターンが形成されたときのみだからである。定常状態で現れるパターンは、持続的摂動および部分系間の相互作用の釣り合いとして形成される。

この状態は、システム設計の立場からみると好ましくない。その理由の一つとして、摂動を受けたパターンは目標パターンとは一致せず、定常偏差が残るからである。しかし、より重要な理由は、部分系間の相互作用を考えると明らかになる。環境変化の前では目標パターンが実現され、部分系間には相互作用がはたらかず調和した状態であった。しかし、環境変化の後では部分系間に相互作用が常にはたらき、そ

これらの釣り合いとしてパターンが生まれる。つまり、環境の変化により部分系間に干渉・不調和が生まれ、本来必要としなかった相互作用をはたらかせなければならなくなったのである。

非生物系すなわち物理・化学系の場合、しばしば力の釣り合いによりパターン形成が説明される。しかし、工学システム、生物システムいずれにしても、不必要な力の釣り合いによりパターンを維持することは効率上よくない。そのために物理・化学系とはことなり、生物は適応機能を持っている。ここでは生物の「適応」という機能を工学システムに取り入れることにより、不必要な力の釣り合い、つまり部分系間の干渉・不調和を解消することを考える。ここでは、Fig. 1(c)の左図のように、目標とするパターンを調節することが本質となる。その調節は、Fig. 1(c)の右図のように、部分系間の相互作用を小さくする。このとき同時にパターンに関する評価関数も、Fig. 1(c)の左図のように、新しく形成されるパターンの評価が高くなるように変更が加えられる。

第2.1節でパターンの形成には、各部分系自身の動特性、部分系間の作用のしかた、環境の3つが重要であることを述べた。このうち部分系自身で調節することのできるものは、前の2つである。つまり本稿では適応を以下のように定義する。

【定義】 適応とは、部分系自身の動特性および他の部分系との相互作用のしかたの2つを調節することにより、部分系間にはたらく相互作用を小さくするプロセスである。

(注意) これは生物の適応に関する一つの考え方を示したものである。生体の運動制御では、たとえば初めて自転車に乗るとき、関節を動かす拮抗する筋をすべて活動させて関節を固定した状態で運動を行う。しかし、訓練や練習を繰り返すうちに拮抗する筋の活動を抑えて、無駄な力を抜いた滑らかな運動が可能になる。上記の説明は、拮抗している無駄な力を取り除いていくことを一種の適応とみなしている。

3.2 部分系間の相互作用とパターンの評価

適応を前節の定義のように考える場合、部分系の相互作用とは何かを明確にしておく必要がある。本節では、部分系のダイナミクスにおいて、他の結合した部分系からの影響がどのように記述されるのかについて考える。

補題5の注意によると、部分系のダイナミクスは

$$\dot{q}_i = \bar{f}_i + \tilde{f}_i^+(x_i - x_{di}) \quad (17)$$

と記述できる。他の部分系の状態変数は、 $X = -L^T P = -L^T L Q$ の演算を通し \tilde{f}_i^+ の引数として(17)式に含まれる。そこで他の部分系からの影響は \tilde{f}_i^+ の引数 $x_i - x_{di}$ の記述を調べることにより明らかになる。

議論を簡単にするため、秩序変数 P の各要素 p_i が表す線形関係は、結合した2つの部分系間のみ限定する(注4)。 p_i はその関係がどの部分系間であるかは表わしていない。そこ

(注4) 3つ以上の部分系間の関係を表している場合でも、同じ議論が成り立つ

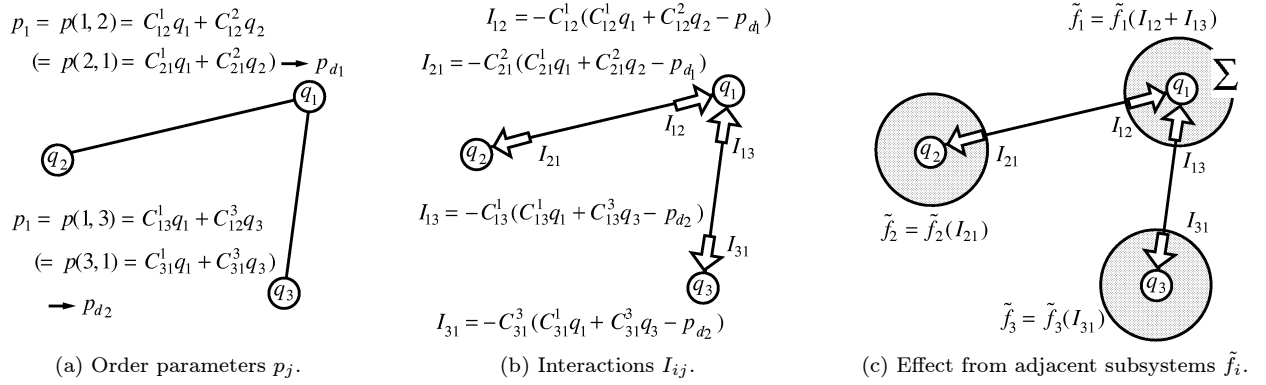


Fig. 2 Relation and interaction between adjacent subsystems.

で新しく $p(i, j)$ という表記を導入する。これは部分系 i と部分系 j 間の線形関係を表すもので、Fig. 2(a) に示すように、

$$p(i, j) = C_{ij}^i q_i + C_{ij}^j q_j, \quad (i, j = 1, \dots, m) \quad (18)$$

と表現できる変数である。 C_{ij}^i は部分系 i と部分系 j の間の線形関係の内の部分系 i の状態変数にかかる係数で、行列 L の要素のどれかになる^(注5)。この線形関係は部分系間に結合がある場合のみに定義されるため、もし部分系 i と部分系 j との間に結合がなければ $p(i, j) = 0$ すなわち $C_{ij}^i = C_{ij}^j = 0$ と定義する。また、自分自身への結合がないため $p(i, i) = 0$ つまり $C_{ii}^i = 0$ となる。さらに、部分系間の線形関係 p_j は、各結合に対して一意に定義されるべきものであるから、部分系 i と部分系 j 間の線形関係は部分系 j と部分系 i 間の線形関係と同じ意味である。よって、 $p(i, j) = p(j, i)$ つまり $C_{ij}^i = C_{ji}^i$ が成り立つ。この表記を用いると、 $x_i - x_{di}$ は、

$$x_i - x_{di} \quad (19)$$

$$= - \sum_{j=1}^m \frac{\partial p(i, j)}{\partial q_i} (p(i, j) - p_d(i, j)) \\ = - \sum_{j=1}^m C_{ij}^i (C_{ij}^i q_i + C_{ij}^j q_j - p_d(i, j)) \quad (20)$$

と表せる。(20)式の形から、Fig. 2(b) に示すように、部分系 j から部分系 i への作用 I_{ij} を以下のように定義する。

$$I_{ij} = -C_{ij}^i (C_{ij}^i q_i + C_{ij}^j q_j - p_d(i, j)) \quad (21)$$

この定義では、部分系 j から部分系 i への作用は、部分系 i の状態 q_i と部分系 j の状態 q_j およびそれらの間の望ましい関係 $p_d(i, j)$ によって決まる。そうすると $x_i - x_{di}$ は

$$x_i - x_{di} = \sum_{j=1}^m I_{ij} \quad (22)$$

(注5) C_{ij}^i は行列 L の第 i 列目の要素のいずれかである。第何行目であるかは、部分系 i と部分系 j の関係がベクトル P の何番目に定義されているかによって決まる。したがって、 $P = [p_1, \dots, p_n]^T$ は $p(i, j)$ の中で零でない n 個 ($i < j$) を選び出したものである。

と書ける。部分系 i のダイナミクスが他の部分系から受ける影響は、Fig. 2(c) に示すように、結合した部分系からの作用の総和を \tilde{f}_i^+ で変換したものと捉えられる^(注6)。この変換 \tilde{f}_i^+ は必ずしも必要ではない。つまり恒等変換 $\tilde{f}_i^+(x) = x$ であっても補題5の3つの条件が満たされるため、 P のダイナミクスは勾配系で記述できる。

前節の考察で示したパターンの評価を与える(16)式は、(21)式を用いると、

$$E = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \frac{1}{C_{ij}^i} I_{ij}^2 \quad (23)$$

とも書ける。これはパターンの評価は部分系間にはたらく相互作用の大きさでも評価できることを意味する。 $E = 0$ となる場合を考えると、(16)式では $P = P_d$ であるのに対し、(23)式では $I_{ij} = 0$ である。つまり、目標パターンが形成されている状態 $P = P_d$ が全ての部分系間に相互作用がない状態 $I_{ij} = 0$ と対応している。逆にいえば、目標パターンが形成されていない $E \neq 0$ の状態は必ず部分系間に相互作用が存在し、それらの釣り合いによってパターンが形成されていることになる。

3.3 適応による相互作用のしかたの調節

第3.1節の定義で述べた適応の実現の一つの方法として、本節では部分系間の相互作用のしかたを調節する方法を考える。これは部分系のダイナミクスを記述する(17)式でいうと、右辺の第2項 $\tilde{f}_i^+(x_i - x_{di})$ の変数 x_{di} を調節することを意味する。 x_{di} はその作用が定常状態で成立させるべき部分系間の関係すなわち目標パターンそのものである。

補題4より、 P_d が矛盾なく設定されている場合、 $X - X_d = 0$ のとき $P - P_d = 0$ となる。したがって、 $x_i - x_{di}$ は、結合した部分系に対し部分系 i のとるべき状態のずれとして評価できる。他の部分系からの影響 $\tilde{F}(X - X_d)$ は $X - X_d = 0$ のときのみ零となり、補題3よりこのときパターンダイナ

(注6) これと同じような変換は、ニューラル・ネットワーク・モデルのシグモイド関数にみられる。つまり、シグモイド関数も、他の部分系からの直接的な作用の(重み付き)和を、部分系のダイナミクスに影響を与える形に変換する点で同じである。

ミクスは定常状態となる。これは、定理2に述べたとおり、定常状態で必ず $P = P_d$ となることを意味する。このとき $I_{ij} = 0$ にもなり、部分系間に相互作用ははたらかない。

P_d の設定に矛盾がある場合では、結合した部分系に対して部分系 i のとるべき状態のずれを、 $x_i - x_{di}$ によって評価することが適切でない場合が起こりうる。なぜならば、補題4の仮定が成り立たないため、 $X - X_d = 0$ のときでも $P - P_d = 0$ とは限らないからである。このような場合には、 $P - P_d$ は行列 L^T の零空間成分となっている。各部分系間の関係には誤差があり $p_j - p_{dj} \neq 0$ となる。ところが、(13)式より $X - X_d$ を計算すると零であり、他の部分系が自身のダイナミクスに影響を与えていないようにみえるのである。実際のところは、誤差 $p_j - p_{dj}$ による部分系間の作用 I_{ij} の釣り合いによって、パターン形成がおこなわれている。具体例は第4節のシミュレーションで現れる。

定常状態であるにもかかわらず P が P_d に一致しないのは、 P_d がその環境にあっていないからである。そこで P と一致するように P_d を変化させる(注7)。

【補題6】 目標とする部分系間の関係 P_d を

$$\dot{p}_{di} = \tau_p(p_i - p_{di}) \quad (24)$$

で調節する。この調節により $|\tilde{f}_i^+|$ が増大することはない。ただし $\tau_p > 0$ は小さく、 p_{di} のダイナミクスは部分系のダイナミクスより十分遅いものとする。

(証明) τ_p は十分小さいため、 P_d の時間発展を考える時間スケールでは、 P のダイナミクスは定常状態にあり、 P は一定 ($\dot{p}_j = 0$) であるとみなせる。このとき X も一定 ($\dot{x}_i = 0$) である。 $y_i = x_i - x_{di} = -\sum_{j=1}^n \frac{\partial p_j}{\partial q_i}(p_j - p_{dj})$ として考えると $\dot{y}_i = -\tau_p y_i = -\tau_p(x_i - x_{di})$ より

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{f}}_i^+(x_i - x_{di}) &= \dot{\tilde{f}}_i^+(y_i) = \frac{\partial \tilde{f}_i^+(y_i)}{\partial y_i} \dot{y}_i \\ &= -\tau_p \frac{\partial \tilde{f}_i^+(x_i - x_{di})}{\partial x_i} (x_i - x_{di}) \quad (25) \end{aligned}$$

補題5より $\frac{\partial \tilde{f}_i^+(x_i - x_{di})}{\partial x_i} > 0$ に注意すると、 $\frac{d}{dt} |\tilde{f}_i^+| \leq 0$ を得る。ただし、等号は $x_i = x_{di}$ のときのみである。□

(注意) (24)式のダイナミクスに従い、 P_d の調節が行われるとき、断熱近似⁷⁾により、 P_d の時間スケールでは P は定常状態にあるとみなせる。この状態では、補題3より $\tilde{f}_i^+ = 0$ であり、かつ補題5より $x_i = x_{di}$ である。したがって、 P_d は $\tilde{f}_i^+ = 0$ および $x_i = x_{di}$ を保ったまま変化することになる。

P_d の収束性については次のことがいえる。

【補題7】 P_d を(24)式にしたがい時間発展させる。このとき P_d は P に収束する。

(証明) リャプノフ関数として、(16)式で定義したパター

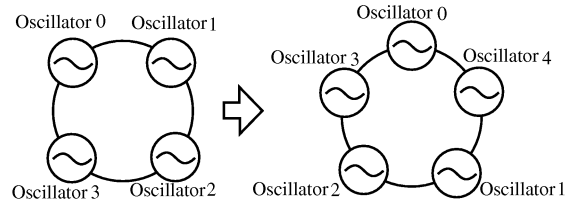


Fig. 3 The addition of subsystems.

ンの評価式 E を用いればよい。 $E \geq 0$ であり、

$$\dot{E} = -\sum_{i=1}^n \tau_p (p_i - p_{di})^2 \leq 0 \quad (26)$$

となる。等号はともに $p_i = p_{di}$ のときである。したがって $p_i = p_{di}$ は安定となり、 P_d は P に収束する。□

(注意) パターンの評価式 E がリャプノフ関数となるため、(24)式による調節は、形成されたパターンの評価がよくなるように評価関数も同時に修正していることになる。

以上をまとめると次の定理をえる。

《定理3》 (24)式は、 $\tilde{f}_i^+ = 0$ を満たした状態で P_d を P に収束させる。

4. シミュレーション

4.1 結合振動子系における位相差制御

湯浅・伊藤(正)の論文⁹⁾でも取り上げられたように、例題として結合発振器系の位相差の制御を考える。

Locomotion と呼ばれる動物の歩行・飛翔・遊泳では、運動のパターンが周期的な運動を行う体の各部位の位相関係によって決められる。歩行運動では、脚運動の位相差によって歩行パターンが決まる。また魚の遊泳では、左右の伸筋・屈筋活動おける一定の位相遅れによって、脊柱に沿った進行波が形成される。これらの位相関係が適切でなければ、効率のよい運動は行えない。位相差の制御は、動物の Locomotion においては重要なパターン形成なのである。

Locomotion Pattern は、CPG(Central Pattern Generator) と呼ばれる脊髄の神経振動子により生成される。この CPG は神経振動子が局所的に結合した自律分散システムと見なすことができる。したがって、Locomotion Pattern の生成には、局所的な結合により振動子間の位相を制御し、全体として秩序だった振る舞いとなるようなメカニズムの解明が必要である。

結合発振器系の位相差の制御を考える場合、(17)式の記述は非常に有効である。部分系間の関係として状態差(ここでは位相差)を考える場合、定常状態での部分系間の関係を表す行列 L は、各部分系が頂点でその間の結合が辺に対応する有向グラフのインシデンス行列となる。インシデンス行列の零空間は $[1, 1, \dots, 1]^T$ の1次元空間となるため、各振動子の位相 q_i のダイナミクスは、

$$\dot{q}_i = \omega + \tilde{f}_i^+(x_i - x_{di}), \quad (27)$$

と書ける。 ω は部分系によらず一定であることに注意する。

(注7) P_d が変化すれば、それにともない x_d も変化する。

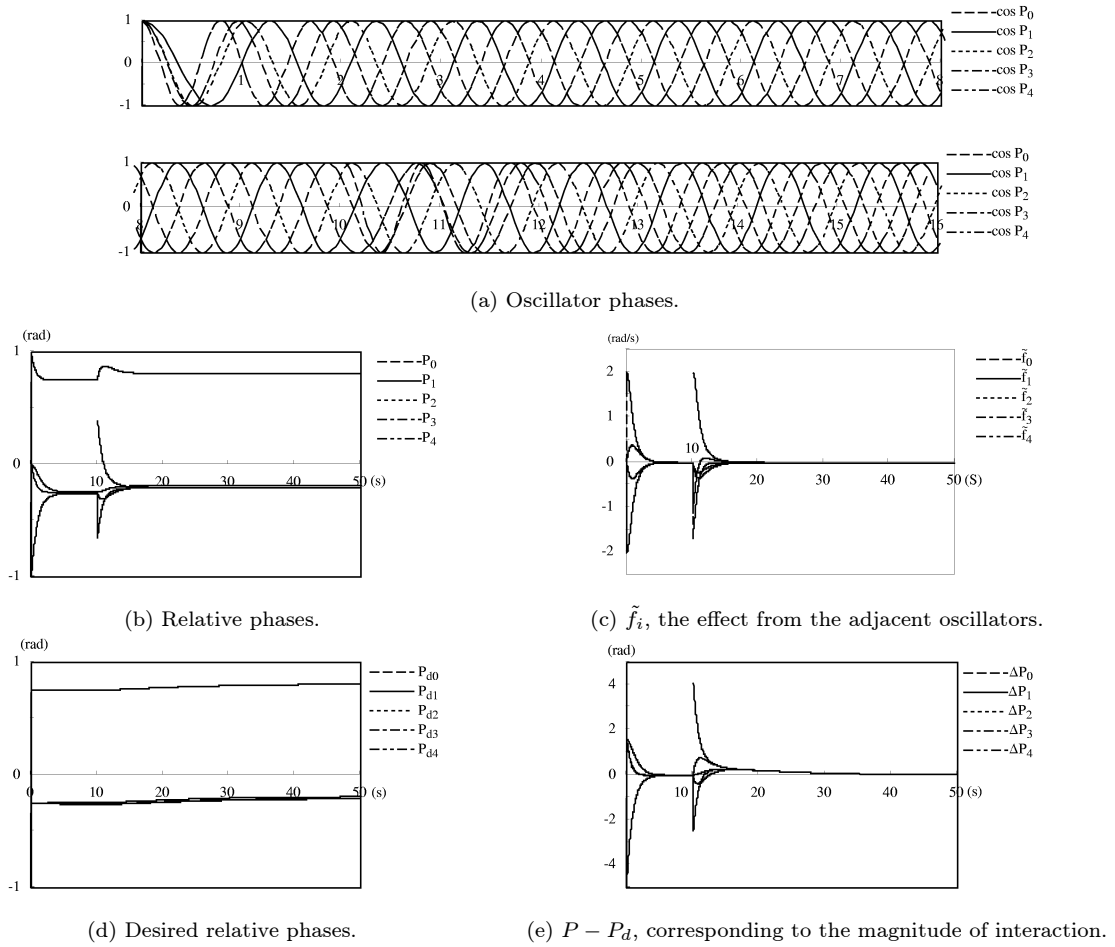


Fig. 4 Simulation results when the number of subsystems increases in the coupled oscillator system.

これは固有振動数の同じ振動子を局所的に結合したとき、それらの位相差を目標値に収束させるような部分系間の作用を設計する問題である。この手法が結合発振器系の位相差制御に有効な理由は、定常状態に成立する関係が部分系の位相差である場合、すべて同じ固有振動数の振動子を考えれば、部分系の動特性を L の零空間内で記述するという条件を自然に満たすからである。

具体的な例として、4つ振動子が Fig. 3 の左図のように環状に結合した系を定式化する。4つの振動子の位相をそれぞれ $q_i (i = 0, 1, 2, 3)$ とする。目標は振動子 i と振動子 $i+1$ の位相差 $p_i = q_i - q_{i+1} (i = 0, 1, 2, 3)$ を p_{di} に制御することである。ただし、 $q_4 = q_0$ である。このとき、

$$P = LQ, L = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (28)$$

と記述できる。 $P = [p_0, p_1, p_2, p_3]^T$, $Q = [q_0, q_1, q_2, q_3]^T$ である。 L の零空間は $[1, 1, 1, 1]^T$ となり、 $X = [x_0, x_1, x_2, x_3]$ は $X = -L^T LQ$ より計算すると、

$$\dot{x}_i = p_{i-1} - p_i = q_{i-1} - 2q_i + q_{i+1} \quad (29)$$

となる。ただし、 $p_{-1} = p_3$, $p_4 = p_0$, $q_{-1} = q_3$ である。(17) 式にしたがうと、各振動子のダイナミクスは、

$$\dot{q}_i = \omega + f_i^+(x_i + p_{di} - p_{di-1}) \quad (i = 0, 1, 2, 3) \quad (30)$$

で与えられる。ただし $p_{d-1} = p_{d3}$ とする。 f_i^+ としては単調増加する奇関数を選べばよい。しかし振動子の場合には、その周期性より f_i^+ にも周期性があるほうが望ましい。したがって、ここでは $f_i^+(x) = \tau_i \sin \frac{x}{4}$ とする。最終的には

$$\dot{q}_i = \omega + \tau_i \sin \frac{1}{4}(q_{i-1} - 2q_i + q_{i+1} + p_{di} - p_{di-1}) \quad (31)$$

となる。 τ_i により、他の部分系からの影響の大きさの調節が可能である。パターンダイナミクス $\dot{P} = L\dot{Q}$ は

$$\begin{aligned} \dot{p}_i &= \tau_i \sin \frac{1}{4}(p_{i-1} - p_i - p_{di-1} + p_{di}) \\ &\quad - \tau_{i+1} \sin \frac{1}{4}(p_i - p_{i+1} - p_{di} + p_{di+1}) \end{aligned} \quad (32)$$

となる。ただし、 $p_{d4} = p_{d0}$, $\tau_4 = \tau_0$ である。これは確かにポテンシャル関数 V

$$V = - \sum_{i=0}^3 4\tau_{i+1} \cos \frac{1}{4}(p_i - p_{i+1} - p_{di} + p_{di+1}) \quad (33)$$

の勾配系として $p_i = -\frac{\partial V}{\partial p_i}$ と書ける.

4.2 適応による調節

前節の結合振動子系に環境変化を与え、それに伴う適応を目標位相の調節によって実現する.

環境の変化は、部分系の数の変化として与える. これはシステムの拡張性ともとれるが、空間内の密度変化がシステムのダイナミクスに影響を与える点で環境の変化とみなせる. このとき、システムにとっては、部分系の数がどのように変化するかは未知である. これは部分系間の相互作用を通じて明らかになっていく. ただし、部分系の数を増減するとき、Fig. 3 に示すように、部分系の結合は局所的で、全体として環形は維持されるものと仮定する.

シミュレーションでは、部分系を一つ加えた場合を行った. 最初は同じ固有振動数をもった4つの振動子が環状に局所結合している. 目標位相の初期値は、4つの振動子間の位相差が一定となるように設定した. 各振動子のダイナミクスは(31)式で与えられる. シミュレーション開始から10秒後に、発振器の個数をFig. 3に示すように変化させた.

Fig. 4(a)は各振動子の位相変化, Fig. 4(b)は(28)式で与えられる振動子間の位相差の変化, Fig. 4(c)は \tilde{f}_i の大きさ, Fig. 4(d)は目標位相の変化, Fig. 4(e)はパターンの誤差 $p_i - p_{di}$ をそれぞれ示す. 15秒付近では、変化した環境に対し定常的なパターンが形成され(Fig. 4(a)), このときFig. 4(c)より $\tilde{f}_i = 0$ となっている. しかし、相互作用に相当するFig. 4(e)は零とはなっていない. これはパターンが相互作用のつり合いとして生まれていることを意味する. このつり合いは、Fig. 4(d)のように、適切な目標位相が学習されることによって解消されていく.

ここでは示さないが、部分系を1つ減らす場合も同じような結果が得られる.

5. おわりに

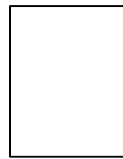
湯浅・伊藤(正)が提案した勾配系に基づく自律分散系のパターン形成理論をもとに、自律分散系での環境適応について考察した. この定式化を結合振動子系の位相の制御に応用し、理論どおりのパターン形成とその適応が実現されていることを確認した. また、本稿の適応理論は、除脳ネコの歩行運動でみられる適応的な振舞いの記述にも成功している¹⁰⁾. 今後の課題としては、パターンを決める部分系間の関係を線形関係のみから拡張すること、適応として部分系の動特性の調節を考慮することなどがあげられる.

参考文献

- 1) 蔵本由紀ほか: パターン形成, 朝倉書店, (1996)
- 2) Alexisander. S. Mikhailov: Foundations of Synergetics I, Distributed Active Systems, Springer-Verlag (1990)
- 3) I. Stewart and Martin Golubitsky: 対称性の破れが世界を創る, 神は幾何学を愛したか?, 白揚社 (1995)
- 4) 伊藤正美, 市川惇信, 須田信英ほか: 自律分散宣言, 明日を拓くシステムパラダイム, オーム社 (1995)
- 5) 北村新三 他: 第3回創発システム・シンポジウム資料, 計測自動制御学会 (1997)
- 6) 金子邦彦, 津田一郎: 複雑系のカオス的シナリオ, 朝倉書店 (1996)
- 7) Hermann Haken: 協同現象の数理, 物理, 生物, 化学系における自律形成, 東海大学出版会 (1980)
- 8) Gregoire Nicolis and Ilya Prigogine: 複雑性の探求, みすず書房 (1993)
- 9) 湯浅秀男, 伊藤正美: 自律分散システムの構造理論, 計測自動制御学会論文集, **25-12**, 1355/1362 (1989)
- 10) 伊藤 聡, 湯浅秀男, 羅 志偉, 伊藤正美, 柳原 大: リズム運動の環境適応に関する数理的モデルについて, 計測自動制御学会論文集, **34-9**, 1237/1245 (1998)

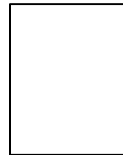
[著者紹介]

伊藤 聡 (正会員)



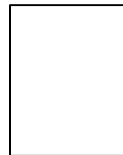
1991年名古屋大学工学部情報工学科卒業. 1993年同大学大学院工学研究科博士前期課程修了. 1994年より理化学研究所に勤務. 日本ロボット学会, IEEEなどの会員.

湯浅秀男 (正会員)



1986年名古屋大学大学院博士前期課程修了(情報工学専攻). 同年同工学部情報工学科助手. 1992年同工学部電子機械工学科講師, 1993年理化学研究所客員研究員を併任, 現在に至る. 工学博士. 主に自律分散システムの研究に従事. 電気学会, システム制御情報学会, 日本神経回路学会などの会員.

伊藤正美 (正会員)



1953年東京都立大学工学部卒業. 1959年電気試験所(現電子総合研究所)入所. 1964年名古屋大学助教授, 1970年同大学教授. 1993年理化学研究所バイオ・ミメティックコントロール研究センター長. 1996年より同研究所制御系理論研究チームリーダー併任. 現在に至る. 名古屋大学名誉教授. 工学博士. システム制御理論, ロボット工学などの研究に従事. 電気学会論文賞, 計測自動制御学会論文賞受賞. 計測自動制御学会フェロー. 電子情報通信学会, システム制御情報学会, IEEEなどの会員.